

航空发动机高压转子的结构动力学 设计方法

廖明夫¹, 谭大力², 耿建明², 宋明波¹, 吕 品¹

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072;

2. 海军装备研究院 舰船论证研究所, 北京 100073)

摘 要: 建立了航空发动机高压转子的动力学模型, 该模型包含所有的结构动力学设计参数, 揭示了设计参数与转子振动特性间的关系, 提出了转子临界转速界值的估计方法, 并予以理论证明. 建立了分别基于两阶临界响应的支承刚度设计准则. 发现了转子参数临界转速现象, 在参数临界转速处, 阻尼器将失去阻尼作用, 振动趋于无穷大; 给出了参数临界转速出现的条件, 上述的结论对于航空发动机高压转子的设计具有重要的指导意义.

关 键 词: 航空发动机; 高压转子; 转子结构动力学设计; 临界转速估计; 参数临界转速

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Structure dynamics design method of aero-engine high pressure rotor

LIAO Ming-fu¹, TAN Da-li², GENG Jian-ming²,
SONG Ming-bo¹, LÜ Pin¹

(1. School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Institute of Naval Vessel, Naval Academy of Armament, Beijing 100073, China)

Abstract: Taking all design parameters into account, this model was applied for dynamic design of aero-engine high pressure rotors in practice. The influences of design parameters on the vibration features of the rotors were revealed, and an estimation method of critical speeds of rotor was theoretically proven, giving a clear limit value estimation of critical speeds of rotor. A design criterion of the stiffness was suggested with different effects two orders critical responses. A special phenomenon of critical speeds was observed, and a certain combination of rotor parameters can result in an additional critical speed, at which the damper will not reduce the vibration and the vibration peak will reach a very high level. This critical speed is defined as parameter critical speed. The parameter conditions corresponding to this critical speed were obtained, giving important guidelines for the design of high pressure rotors of aero-engines.

Key words: aero-engine; high pressure rotor; rotor structure dynamics design; estimation of critical speeds; parameter critical speed

航空发动机的高压转子由高压压气机、高压
涡轮和支承系统所构成. 一般情况下, 将转子设计

成刚性转子, 而支承带有弹性, 且在前支承配置弹
性支承和挤压油膜阻尼器, GE90 (如图 1) 和

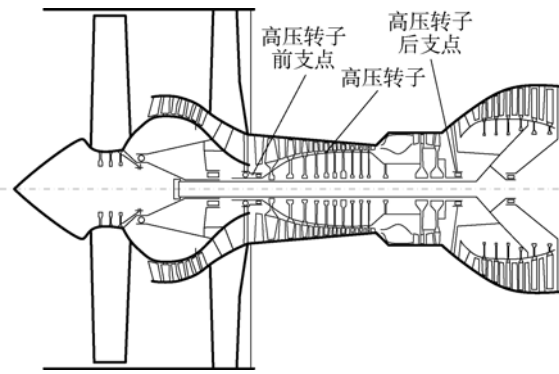


图1 GE90 发动机结构简图

Fig. 1 Structure diagram of GE90 engine

GENx 发动机就采用了这种设计方案^[1]. 对此类转子的振动特性,人们开展了若干研究^[2-10],主要聚焦在振动特性的分析和验证,而对转子动力学设计的研究尚不充分.

在设计高压转子时,需要确定转子的模态,但往往仅关注转子临界转速的配置,即要求 1 阶临界转速(平动模态)在发动机慢车以下,而 2 阶临界转速(俯仰模态)则在工作转速范围之内. 发动机每次运行,都将通过临界转速. 因此,需在支承处设计挤压油膜阻尼器,以减小转子通过临界转速时的振动. 挤压油膜阻尼器一般配置在高压转子前支承处,但阻尼器的阻尼效果将受到转子设计参数的影响.

转子的结构动力学设计是高压转子设计的关键. 设计的目标是保证在发动机整个工作转速范围内,转子振动被限制在允许的水平之下. 设计时要解决的主要问题是:

- 1) 如何建立动力学模型,以便优化设计和积累设计经验.
- 2) 如何优化转子的参数,即如何优化转子的模态,才能更有效地发挥挤压油膜阻尼器的减振作用.
- 3) 如何优化转子的参数、制定平衡工艺,以降低转子对易发不平衡的敏感性.

为此,本文建立了高压转子的动力学模型,考虑了转子设计的所有参数,理论证明了转子两阶临界转速的上界估计方法,提出了高压转子结构动力学设计的基本准则. 该准则包含了转子设计的所有参数,并以无量纲化的组合形式表达,可对高压转子的设计提供明确指导.

1 高压转子的动力学模型及振动模态

可将高压转子简化为如图 2 所示的模型. 刚

性转子支承在两个弹性支座之上. 转子质量为 M , 极转动惯量为 I_p , 质心距离前支承距离为 a , 距支承后距离为 b , 绕质心的转动惯量为 I , 阻尼器设置在高压转子前支承处, 阻尼系数为 d , 两个弹性支承的刚度分别为 S_{b1} 和 S_{b2} , 两支承间的距离为 L .

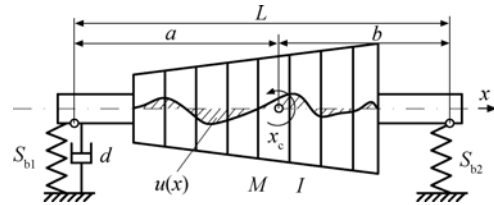


图2 高压转子的动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of high pressure rotor

设转子质心的位置为 x_c , 挠度为 r , 倾角为 θ , 考虑陀螺力矩时, 转子自由振动微分方程为^[11-13]

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -jI_p\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & (a^2S_{b1} + b^2S_{b2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中 Ω 为转子转速(简称为转速).

在分析转子模态时,可暂不考虑阻尼. 设方程的解为

$$\begin{Bmatrix} r \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix} e^{j\omega t} \quad (2)$$

代入方程(式(1))后,得到

$$\begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} - M\omega^2 & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & a^2S_{b1} + b^2S_{b2} + I_p\omega\Omega - I\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

由此得到特征方程为

$$\begin{aligned} & (a^2S_{b1} + b^2S_{b2} + I_p\omega\Omega - I\omega^2) \cdot \\ & (S_{b1} + S_{b2} - M\omega^2) - \\ & (aS_{b1} - bS_{b2})^2 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

或

$$\begin{aligned} & MI\omega^4 - MI_p\Omega\omega^3 - \\ & [M(a^2S_{b1} + b^2S_{b2}) + (S_{b1} + S_{b2})I]\omega^2 + \\ & I_p(S_{b1} + S_{b2})\Omega\omega + L^2S_{b1}S_{b2} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

引入无量纲参数 a/L 为转子相对质心位置;

$\frac{I}{ML^2}$ 为相对转动惯量; $\bar{\omega} = \sqrt{\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}}$ 为当量临界转速; S_{b1}/S_{b2} 为前后两个支承的刚度比; $\lambda = \omega/\bar{\omega}$

为转子相对临界转速, ω 为转子的临界转速.

则特征方程变为

$$\lambda^4 - \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\omega} \lambda^3 - \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + \left(1 - \frac{2a}{L}\right)}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \frac{I}{ML^2} + 1 \right] \lambda^2 + \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\omega} \lambda + \frac{S_{b1}/S_{b2}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2} \frac{I}{ML^2} = 0 \quad (6)$$

由此可解得转子的临界转速.

转子的振型为

$$r_{0i} = -j \frac{aS_{b1} - bS_{b2}}{S_{b1} + S_{b2} - M\omega^2} \theta_{0i} = -j \frac{L \left(\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right)}{1 - \lambda^2} \theta_{0i} \quad (7)$$

式中 i 为振型阶数.

图3表示转子的两阶振型.

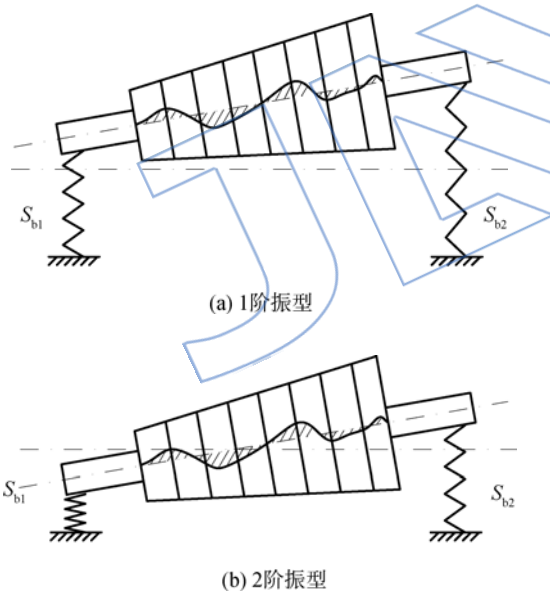


图3 转子的两阶振型

Fig. 3 Two modes of rotor

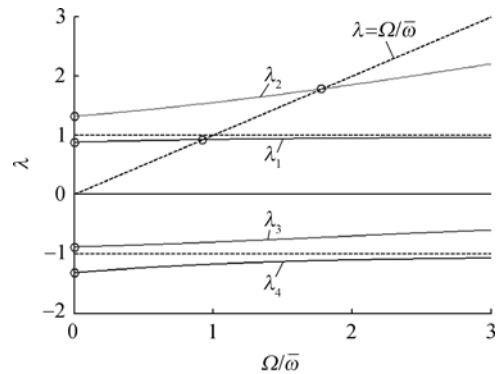
由式(6)和式(7)可见,转子的模态取决于 a/L , $I/(ML^2)$, I_p/I , $\bar{\omega}^2 = (S_{b1} + S_{b2})/M$ 和 S_{b1}/S_{b2} 共5个无量纲参数. 在气动设计完成后,转子质量 M 和长度 L 可能是确定的. a/L 为转子质心的相对轴向位置, ML^2 是转子可能的最大惯性矩. 由于 $I_e = I \left[1 - \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\omega} \right]$, 故转子的模态与极转动惯量和质心转动惯量之比 I_p/I 、转速比 Ω/ω

相关. 在转子设计时,恰当地选取这些设计参数,就可满足特定的结构动力学设计要求.

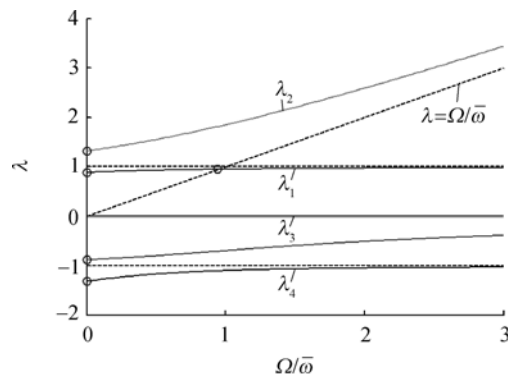
选定上述的设计参数,就可由式(6)解出转子的临界转速. 图4为 $S_{b1}/S_{b2} = 1/2$; $a/L = 1/2$; $I/(ML^2) = 1/6$; $I_p/I = 1/2, 1, 2$ 时,转子的临界转速与转子工作转速之间的关系. 图中转子转速为相对转速 $\Omega/\bar{\omega}$.

由图4可见,任何情况下,1阶临界转速 $\omega_1 < \bar{\omega}$, 且随转速增大趋近于 $\bar{\omega}$. 随着 I_p/I 增大,转子的陀螺力矩对2阶临界转速的影响增大. 当 $I_p/I \geq 1$ 时,转速频率激振力不会激起2阶临界转速共振. $I_p/I = 1$ 时,转子越过1阶临界转速之后,转速增加,2阶临界转速也增加,转速可能会始终处在2阶临界转速的邻域,但始终无法越过2阶临界转速,转子的振动会居高不下^[11]. 因此,在高压转子设计时,应尽量避免 $I_p/I = 1$.

值得注意的是,由于陀螺力矩对2阶临界转速的影响较大,故2阶振型会随转速发生变化. 图5分别表示转速为0 r/min和转速为协调正进动临界转速时的第1阶和第2阶振型. 由图5可见,随转速增加,转子第1阶振型趋向于纯平动,第2阶振型趋向于纯俯仰. 图5中,振型以前支承零转速时的位移(r_{10})标一化, $\bar{x}$ 为无量纲化的 x .



(a) $S_{b1}/S_{b2} = 1/2$; $a/L = 1/2$; $(I/ML^2) = 1/6$; $I_p/I = 1/2$



(b) $S_{b1}/S_{b2} = 1/2$; $a/L = 1/2$; $(I/ML^2) = 1/6$; $I_p/I = 1$

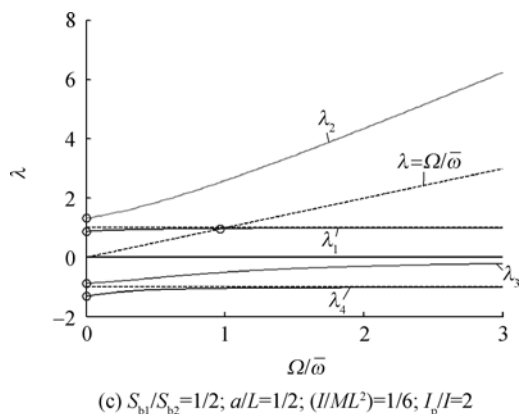


图4 $S_{b1}/S_{b2}=1/2; a/L=1/2; I/(ML^2)=1/6;$
 $I_p/I=1/2, 1, 2$ 时, 转子的临界转速
 与转速之间的关系

Fig. 4 Relationship between critical speeds and the
 rotor speeds when $S_{b1}/S_{b2}=1/2; a/L=1/2;$
 $I/(ML^2)=1/6; I_p/I=1/2, 1, 2$

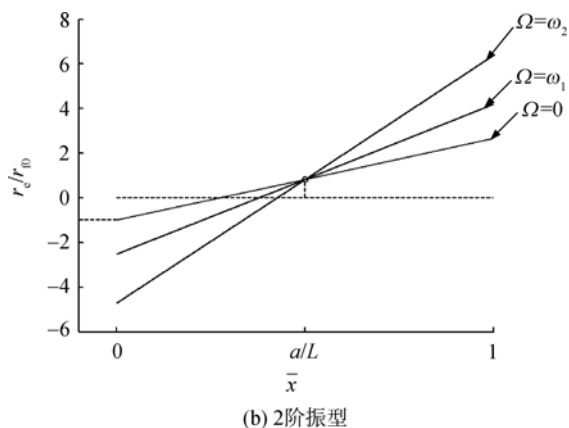


图5 $S_{b1}/S_{b2}=1/2; a/L=1/2; I/(ML^2)=1/6;$
 $I_p/I=0.5$ 时, 转子的 1, 2 阶振型

Fig. 5 The first and second order vibration mode of the
 rotor, when $S_{b1}/S_{b2}=1/2; a/L=1/2;$
 $I/(ML^2)=1/6; I_p/I=0.5$

2 转子两阶临界转速的上界估计 方法

在转子设计初期, 给定转子质量 M , 期望在未知其他参数的情况下, 通过前后支承刚度 S_{b1} 和 S_{b2} 的配置, 初步估计出临界转速的界值。从图 4 可以看出, $\omega_1 \leq \sqrt{\frac{S_{b1}+S_{b2}}{M}} = \bar{\omega} \leq \omega_2$, 且当 $\frac{(1-\frac{I_p}{I})I}{ML^2} > \frac{1}{12}$ 时, $\omega_2 \leq 2\sqrt{\frac{S_{b1}+S_{b2}}{M}} = 2\bar{\omega}$ 以下证明这两个关系的普适性。

转子的振动特征方程为

$$MI \left(1 - \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\omega} \right) \omega^4 - \left[M(a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2}) + (S_{b1} + S_{b2}) I \left(1 - \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\omega} \right) \right] \omega^2 + L^2 S_{b1} S_{b2} = 0 \quad (8)$$

令

$$I_e = I \left(1 - \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\omega} \right) \quad (9)$$

于是可把自振频率表示为

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{M(a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2}) + I_e(S_{b1} + S_{b2})}{2MI_e} \mp \frac{1}{2MI} \sqrt{[M(a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2}) + I_e(S_{b1} + S_{b2})]^2 - 4MI_e S_{b1} S_{b2} L^2} =$$

$$\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} \left[\frac{\left(\frac{a}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] \mp$$

$$\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right)^2 \frac{I_e}{ML^2}}} \quad (10)$$

以下首先证明 $\omega_1 \leq \sqrt{\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}} = \bar{\omega}$.

$$\omega_1^2 = \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}.$$

$$\left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] - \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}}} \right\} \quad (11)$$

只要证明式(11)大括号中的项小于1,就得到 $\omega_1^2 < \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} = \bar{\omega}^2$,即要证明

$$\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] - \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}}} < 1 \quad (12)$$

或

$$\left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] - 1 \right\} < \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}} \quad (13)$$

将不等式(13)的左、右两端展开,并整理得到

$$-2 \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + 1 < - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}} \quad (14)$$

或

$$\frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}} < 2 \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] - 1 \quad (15)$$

化简得

$$\frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}} < \frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{I_e}{ML^2}} \quad (16)$$

左右两边相约,得

$$\frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} < \left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L} \quad (17)$$

左右两端同乘 $\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)$,并合并、移项,得

$$\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 - \frac{2a}{L} \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 > 0 \quad (18)$$

显见,不等式(18)的左端为

$$\left[\frac{a}{L} \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) - 1 \right]^2 > 0 \quad (19)$$

于是,证得 $\omega_1^2 < \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} = \bar{\omega}^2$ 是成立的.另外,由图4可见,随转速增加, ω_1 趋近于 $\bar{\omega}$.

现证明 $\omega_e^2 > \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} = \bar{\omega}^2$ 如下:

$$\omega_e^2 = \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} \cdot \left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}}} \right\} \quad (20)$$

只要证明式(20)大括号中的项大于1,就得到 $\omega_e^2 > \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} = \bar{\omega}^2$, 即要证明

$$\left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}}} \right\} > 1 \quad (21)$$

对式(21)移项,并取左、右两端的平方可得

$$\left\{ 1 - \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] \right\}^2 < \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}} \quad (22)$$

左、右两端展开,整理后得到

$$-2 \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I_e}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + 1 < - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I_e}{ML^2}} \quad (23)$$

化简后得

$$\frac{S_{b1}}{S_{b2}} - \left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L} \right] \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) < 0 \quad (24)$$

进一步整理,得到

$$- \left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 + \frac{2a}{L} \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) - 1 < 0 \quad (25)$$

式(25)左端合并成平方项后,必然成立,即

$$- \left[\frac{a}{L} \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) - 1 \right]^2 < 0 \quad (26)$$

最终证得 $\omega_1 \leq \sqrt{\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}} = \bar{\omega} \leq \omega_2$ 成立.

若陀螺力矩的作用使得 $I_e = I \left(1 - \frac{I_p \Omega}{I \omega}\right) = 0$ 即把转子视作点质量,则1阶临界转速为

$$\omega_1^* = \sqrt{\frac{L^2 S_{b1} S_{b2}}{M(a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2})}} = \sqrt{\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}} \sqrt{\frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 + \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \left(1 - \frac{2a}{L}\right)}} < \sqrt{\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}} = \bar{\omega}$$

接下来证明,当 $\Omega = 0$ 时, $\omega_2 \leq 2\bar{\omega}$, 或 $\omega_2^2 \leq 4\bar{\omega}^2$. 当 $\Omega = 0$ 时,有

$$\omega_e^2 = \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} \cdot$$

$$\left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I}{ML^2}}} \right\} =$$

$$\bar{\omega}^2 \left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I}{ML^2}}} \right\} \quad (27)$$

高压转子绕质心的转动惯量始终满足

$$I \geq \frac{ML^2}{12} \quad (28)$$

即转子绕质心的转动惯量总会大于如图6所示的匀质轴绕质心的转动惯量。

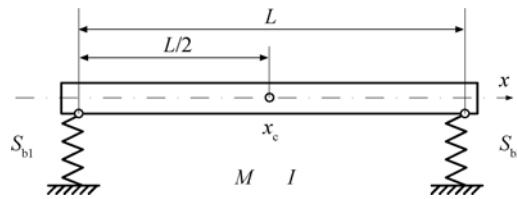


图6 匀质轴绕质心的转动惯量为 $ML^2/12$

Fig. 6 Rotary inertia of uniform shaft around its centroid is $ML^2/12$

当取 $I = \frac{ML^2}{12}$, $\frac{a}{L} = \frac{1}{2}$ 时, ω_2 取最大值, 即

$$\bar{\omega}_2^2 = \frac{S_{b1} + S_{b2}}{M} \cdot \left\{ \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right] + \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + 1 - \frac{2a}{L}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{2I}{ML^2}} + \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I}{ML^2}}} \right\} =$$

$$\bar{\omega}^2 \left[2 + 2 \sqrt{1 - \frac{3S_{b1}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2}} \right] < 4\bar{\omega}^2 \quad (29)$$

如果考虑陀螺力矩时, 即 $\Omega \neq 0$, 转子的2阶协调正进动临界转速仍然满足当 $\left(1 - \frac{I_p}{I}\right) I \geq \frac{ML^2}{12}$ 时, $\omega_2 \leq 2\bar{\omega}$. 但在实际中, 高压转子的极转动惯量 I_p 与绕质心转动惯量 I 相差不会太大, 条件 $\left(1 - \frac{I_p}{I}\right) I \geq \frac{ML^2}{12}$ 可能不成立. 此时, 估计的界值约为 $2\bar{\omega} \leq \omega_2 \leq 3\bar{\omega}$.

在上述的证明过程中, 并未涉及刚度比 $\frac{S_{b1}}{S_{b2}}$. 因此, 上述结论与刚度的取值无关, 换言之, 对于实际中刚度比 $\frac{S_{b1}}{S_{b2}}$ 的所有取值范围, 上述结论均成立. 根据上述界值估计, 可以很容易地预估高压转子两阶临界转速的范围, 便于在发动机方案设计阶段有据可依.

3 高压转子的抗振设计

根据上述转子模态与无量纲参数间的关系, 经恰当设计就可得到所期望的模态. 模态设计的目标是: ①对转子不平衡敏感度尽量小; ②外传力尽量小; ③通过临界转速时, 振动峰值尽量小. 对于高压转子, 一般情况下, 弹性支承和挤压油膜阻尼器设置在前支承处; 在工作转速范围内, 允许存在上述两阶模态. 此时, 模态设计的原则是: ①第1阶模态在慢车转速以下, 且以前支承变形为主; ②第2阶模态在慢车转速以上、巡航转速以下, 仍须较大的前支承变形. 目的是增加挤压油膜阻尼器的阻尼效果, 降低转子对不平衡的敏感度, 避免高压涡轮叶尖与机匣的碰摩.

3.1 转子的不平衡响应

假设在前支承配置阻尼器, 如图2所示. 一般

情况下,阻尼对转子的模态影响很小,可忽略不计,但对转子的响应却影响显著.以下分析转子的不平衡响应.

假设在转子两端截面上存在不平衡(模拟压

气机第 1 级和第 2 级以及涡轮不平衡),不平衡的半径位置分别为 R_1 和 R_2 ,质量为 Δm_1 和 Δm_2 ,相角分别为 β_1 和 β_2 .转子的运动方程为

$$M\ddot{r} + d(\dot{r} + j\dot{a}\dot{\theta}) + (S_{b1} + S_{b2})r + j(aS_{b1} - bS_{b2})\theta = \Omega^2 e^{j\Omega t} (\Delta m_1 R_1 e^{j\beta_1} + \Delta m_2 R_2 e^{j\beta_2}) \quad (30)$$

$$I\ddot{\theta} - jI_p\Omega\dot{\theta} - da(j\dot{r} - a\dot{\theta}) - j(aS_{b1} - bS_{b2})r + (a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2})\theta = \Omega^2 e^{j\Omega t} [aR_1 \Delta m_1 e^{j\beta_1} - (L - a)R_2 \Delta m_2 e^{j\beta_2}] \quad (31)$$

写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -jI_p\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d & jad \\ -jad & da^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ \theta \end{Bmatrix} = \Omega^2 e^{j\Omega t} \begin{Bmatrix} \Delta m_1 R_1 e^{j\beta_1} + \Delta m_2 R_2 e^{j\beta_2} \\ aR_1 \Delta m_1 e^{j\beta_1} - (L - a)R_2 \Delta m_2 e^{j\beta_2} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

设解为

$$\begin{Bmatrix} r \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_e \\ \theta_e \end{Bmatrix} e^{j(\Omega t + \alpha)} \quad (33)$$

上式中 r_e 为挠度振幅, θ_e 为倾角振幅, α 为振动初相位角,代入式(32)后得到

$$\begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} - M\Omega^2 & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2} + (I_p - I)\Omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_e \\ \theta_e \end{Bmatrix} + j\Omega \begin{bmatrix} d & jad \\ -jad & da^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_e \\ \theta_e \end{Bmatrix} = \Omega^2 \begin{Bmatrix} \Delta m_1 R_1 e^{j\beta_1} + \Delta m_2 R_2 e^{j\beta_2} \\ aR_1 \Delta m_1 e^{j\beta_1} - (L - a)R_2 \Delta m_2 e^{j\beta_2} \end{Bmatrix} \quad (34)$$

由此解得转子的不平衡响应为

$$\begin{Bmatrix} r_e \\ \theta_e \end{Bmatrix} e^{j\alpha} = \left\{ \begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} - M\Omega^2 & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2} + (I_p - I)\Omega^2 \end{bmatrix} + j\Omega \begin{bmatrix} d & jad \\ -jad & da^2 \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} F_{1e} + F_{2e} \\ aF_{1e} - (L - a)F_{2e} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

式中

$$F_{1e} = \Omega^2 \Delta m_1 R_1 e^{j\beta_1} \quad F_{2e} = \Omega^2 \Delta m_2 R_2 e^{j\beta_2}$$

或

$$\begin{Bmatrix} r_e \\ \theta_e \end{Bmatrix} e^{j\alpha} = \left\{ \begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} - M\Omega^2 & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2} + (I_p - I)\Omega^2 \end{bmatrix} + j\Omega \begin{bmatrix} d & jad \\ -jad & da^2 \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & -(L - a) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{1e} \\ F_{2e} \end{Bmatrix} \quad (36)$$

运用前面的无量纲参数 $\frac{a}{L}$, $\frac{I}{ML^2}$, $\frac{S_{b1} + S_{b2}}{M}$ 和 $\frac{S_{b1}}{S_{b2}}$, 可将转子的不平衡响应无量纲化,即

$$\begin{Bmatrix} r_e \\ \theta_e \end{Bmatrix} e^{j\alpha} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} & j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] \\ -j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] & \left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L} \right) + \frac{(I_p - I)\Omega^2}{ML^2 \omega^2} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 2 \frac{\Omega}{\omega} D & j \frac{2a}{L} \frac{\Omega}{\omega} D \\ -j \frac{2a}{L} \frac{\Omega}{\omega} D & 2 \left(\frac{a}{L} \right)^2 \frac{\Omega}{\omega} D \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{a}{L} & - \left(1 - \frac{a}{L} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{1e} \\ f_{2e} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

式中 $\bar{r}_e = \frac{r_e}{L}$; $D = \frac{d}{2\omega M}$; $f_{1e} = \frac{\Omega^2 \Delta m_1 R_1}{\omega^2 M L} e^{j\beta_1}$; $f_{2e} = \frac{\Omega^2 \Delta m_2 R_2}{\omega^2 M L} e^{j\beta_2}$

当阻尼比 $D=0$, 转子协调正进动时的临界转速为

$$\left(1 - \frac{I_p}{I}\right) \lambda^4 - \left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + \left(1 - \frac{2a}{L}\right)}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{I}{ML^2}} + 1 - \frac{I_p}{I} \right] \lambda^2 + \frac{\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)^2 \frac{I}{ML^2}} = 0 \quad (38)$$

式中 $\lambda = \frac{\Omega}{\omega}$.

由此解得

$$\lambda_{+1} = \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + \left(1 - \frac{2a}{L}\right)}{\left(1 - \frac{I_p}{I}\right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{I}{ML^2}} + 1 \pm \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) + \left(1 - \frac{2a}{L}\right)}{\left(1 - \frac{I_p}{I}\right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right) \frac{I}{ML^2}} + 1 \right]^2 - \frac{4S_{b1}}{S_{b2}} \frac{I}{ML^2}} \right\}} \quad (39)$$

当有阻尼时, 系数矩阵的行列式为

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} + j \frac{2\Omega D}{\omega} & j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] - \frac{2a}{L} \frac{\Omega}{\omega} D \\ -j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] + \frac{2a}{L} \frac{\Omega}{\omega} D & \left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L}\right) + \frac{(I_p - D)\Omega^2}{ML^2 \omega^2} + 2j \left(\frac{a}{L}\right)^2 \frac{\Omega}{\omega} D \right] \end{vmatrix} =$$

$$\left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L}\right) + \frac{(I_p - D)\Omega^2}{ML^2 \omega^2} \right] \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right) - \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right]^2 +$$

$$2j D \frac{\Omega}{\omega} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I}\right)}{ML^2} \right] \right\} \quad (40)$$

在协调正进动的临界转速处, 有

$$\left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L}\right) + \frac{(I_p - D)\Omega^2}{ML^2 \omega^2} \right] \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right) - \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right]^2 = 0 \quad (41)$$

故在临界转速处, 系数行列式仅存虚部, 即

$$\begin{vmatrix} 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} + j \frac{2\Omega D}{\omega} & j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] - \frac{2a}{L} \frac{\Omega}{\omega} D \\ -j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] + \frac{2a}{L} \frac{\Omega}{\omega} D & \left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L}\right) + \frac{(I_p - D)\Omega^2}{ML^2 \omega^2} + 2j \left(\frac{a}{L}\right)^2 \frac{\Omega}{\omega} D \right] \end{vmatrix} =$$

$$2j D \frac{\Omega}{\omega} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I}\right)}{ML^2} \right] \right\} \quad (42)$$

显然, 增大阻尼比 D 值, 会减小振动峰值。但如式(42)所示, 减振效果还与转子模态或转子参数有关。当阻尼比 D 一定时, 要使转子在临界转

速处振动峰值最小, 须使行列式的模最大, 即

$$\left| \frac{\Omega}{\omega} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \left[\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I}\right)}{ML^2} \right] \right\} \right| \text{最大.}$$

对于高压转子,一般情况下, $I > I_p$, 且相差不会太大, $\frac{a}{L} \leq \frac{1}{2}$. 当在 1 阶临界转速运行时, 即

$$\Omega = \omega_1 \text{ 时, 选 } S_{b2} > S_{b1}, \left| \frac{\Omega}{\omega} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} - \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right\} \right|$$

$$\left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} \right] \text{ 趋于最大. 这样的设计是}$$

合理的, 也很容易理解. 如图 5 所示, 前支承刚度小, 1 阶振型下, 前支承位移较大, 阻尼器能发挥更大的阻尼作用. 事实上, 在发动机设计中, 也遵循着这一规律. 此外, 增大阻尼比 D , 振动峰值减小.

但在 2 阶临界转速运行时, 即 $\Omega = \omega_2$ 时, 情况却相反. 如图 5 所示, 2 阶模态为纯俯仰振动, 节点靠近前支承, 前支承位移小于后支承, 且前支承刚度 S_{b1} 越小, 节点越靠近前支承, 前支承的位移越小, 阻尼器的阻尼作用就越小. 图 7 表示转子的幅频特性, r_e 为无量纲化的 r_c .

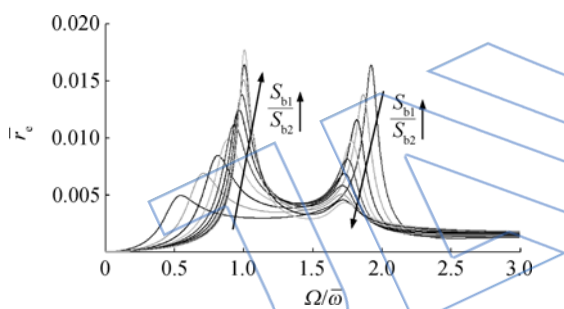


图 7 转子的幅频特性 ($a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1/2$; $D=4\%$; $S_{b1}/S_{b2} \in [0.1, 1]$)

Fig. 7 Amplitude-frequency characteristics of rotor ($a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1/2$; $D=4\%$; $S_{b1}/S_{b2} \in [0.1, 1]$)

由图 7 可见, 可以选择如下 3 种设计方案:

1) 主要抑制转子通过 1 阶临界峰值. 此时, 应选择 $S_{b2} > S_{b1}$, 例如, $S_{b1}/S_{b2} \in [0.1, 0.5]$.

2) 主要抑制转子通过 2 阶临界峰值. 此时, 应选择 $S_{b2} \leq S_{b1}$, 例如, $S_{b1}/S_{b2} \in [1, 2]$.

3) 既要抑制 1 阶临界峰值, 又要抑制 2 阶临界峰值, 则须折中选择前后支承的刚度比例. 例如, $S_{b1}/S_{b2} \in [0.5, 1]$.

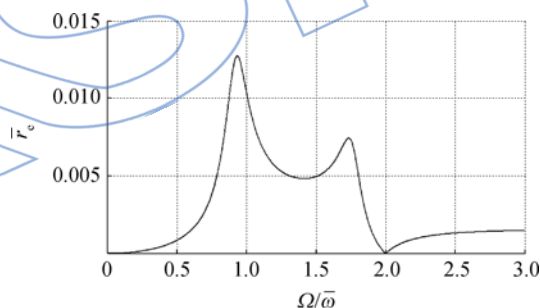
不论何种方案, 增加阻尼比 D 值, 总会使两阶临界峰值减小.

一般情况下, 转子的 1 阶临界转速 ω_1 处于发动机慢车转速以下, 而 2 阶临界转速 ω_2 处于发动机主要工作转速范围之内, 例如, ω_2 可能在发动

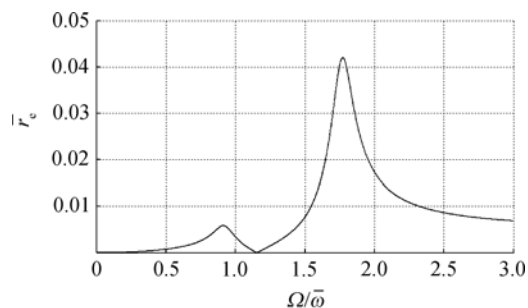
机最大转速的 65%~75% 范围内. 此时, 应以抑制 2 阶临界峰值为主要设计目标.

除按照上述原则选择参数之外, 还应控制压气机和涡轮残余不平衡量的相位^[14]. 图 8 表示压气机(前支承截面)和涡轮(后支承截面)残余不平衡量分别为同相位和反相位时的幅频特性. 此处选取不平衡量的大小相同, 只是相位相反. 由图可见, 同相位时不平衡主要激起转子 1 阶模态的振动, 反相位时会激起 2 阶模态的振动. 2 阶模态处在发动机主要工作转速范围之内, 因此, 应使压气机和涡轮残余不平衡量的相位相同, 有利于控制转子的振动.

如果设计时, 选择 $I_p > I$, 则在工作转速范围内, 只存在 1 阶协调正进动临界转速, 振型以平动为主. 宜选第一设计方案, 即主要抑制转子通过 1 阶临界峰值. 此时, 应选择 $S_{b2} > S_{b1}$, 例如, $S_{b1}/S_{b2} \in [0.1, 0.5]$. 另外, 应使压气机(前支承截面)和涡轮(后支承截面)残余不平衡量的相位相反, 有利于控制转子的振动.



(a) 前后支承残余不平衡量同相位



(b) 前后支承残余不平衡量反相位

图 8 前后支承不平衡量同相位与反相位幅频特性 ($S_{b1}/S_{b2}=1/2$; $a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1/2$)

Fig. 8 In phase and out of phase amplitude-frequency characteristic of unbalance the fore and aft supports ($S_{b1}/S_{b2}=1/2$; $a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1/2$)

3.2 协调正进动参数临界转速

再回到式(42),令行列式的虚部为零,即

$$2jD \frac{\Omega}{\omega} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} - \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} \right] \right\} = 0 \quad (43)$$

若选择一组设计参数使行列式的实部和虚部同时为零,即式(41)和式(43)同时成立,则阻尼器无效.

由式(43)可解得

$$\frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} = \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} \right] \quad (44)$$

代入式(41)后,得到

$$\frac{I \left(1 - \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} = \frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right) \quad (45)$$

当转子参数满足式(45)时,转子振动特征方程行列式的实部和虚部确实同时为零,转子振动趋于无穷大,阻尼器失去阻尼作用.由式(44)可解出对应的转速,即

$$\frac{\Omega_{p+}}{\omega} = \sqrt{\frac{L}{a} \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}}} \quad (46)$$

式中 Ω_{p+} 为协调正进动参数临界转速.图9为参数临界转速随刚度比的变化.

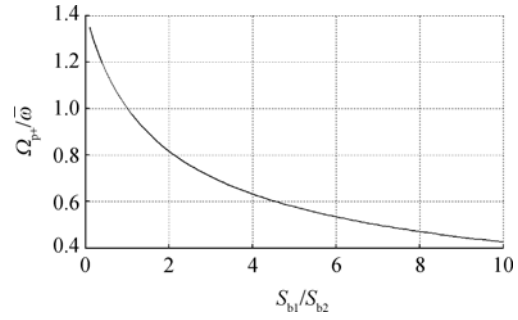


图9 $a/L=1/2$ 时,参数临界转速随刚度比的变化

Fig. 9 Change of parameter critical speed with stiffness ratio at $a/L=1/2$

实际的高压转子质心位置 a/L 会落在 $(0.3, 0.7)$ 区间之内,而 $\frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right)$ 必然落在区间 $[1/5, 1/2]$ 之内.因此,式(45)在实际中一般不会成立,协调正进动参数临界转速不会出现,设计风险不大.

3.3 反动激振力作用下转子的振动

某些类型的发动机以对转模式工作.低压转子会对高压转子施加反转方向的激振力.另外,当高压转子与机匣或与密封产生碰摩时,在高压转子上也会作用反动激振力^[15].

假设作用在压气机(前支承截面)和涡轮(后支承截面)上的反动激振力分别为

$$\mathbf{F}_{-1} = \begin{Bmatrix} F_{-1g1} e^{j\beta_{g1}} \\ F_{-1g2} e^{j\beta_{g2}} \end{Bmatrix} e^{-j\Omega_g t} \quad (47)$$

式中 Ω_g 为反转时的低压转速, F_{-1gi} 和 β_{gi} ($i=1, 2$) 分别为反动激振力的幅值和相位.

代入方程式(32),即得

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -jI_p\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d & jad \\ -jad & da^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & (a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ \theta \end{Bmatrix} = e^{-j\Omega_g t} \begin{Bmatrix} F_{-1g1} e^{j\beta_{g1}} + F_{-1g2} e^{j\beta_{g2}} \\ aF_{-1g1} e^{j\beta_{g1}} - (L-a)F_{-1g2} e^{j\beta_{g2}} \end{Bmatrix} \quad (48)$$

设解为

$$\begin{Bmatrix} r \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_g \\ \theta_g \end{Bmatrix} e^{-j(\Omega_g t + \varphi)} \quad (49)$$

代入方程式(48)后得到

$$\begin{bmatrix} S_{b1} + S_{b2} - M\Omega_g^2 & j(aS_{b1} - bS_{b2}) \\ -j(aS_{b1} - bS_{b2}) & a^2 S_{b1} + b^2 S_{b2} - \left(I_p \frac{\Omega}{\Omega_g} + I \right) \Omega_g^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_g \\ \theta_g \end{Bmatrix} e^{-j\varphi} - j\Omega_g \begin{bmatrix} d & jad \\ -jad & da^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_g \\ \theta_g \end{Bmatrix} e^{-j\varphi} = \begin{Bmatrix} F_{-1g1} e^{j\beta_{g1}} + F_{-1g2} e^{j\beta_{g2}} \\ aF_{-1g1} e^{j\beta_{g1}} - (L-a)F_{-1g2} e^{j\beta_{g2}} \end{Bmatrix} \quad (50)$$

进行无量纲化处理,得到

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} \bar{r}_g \\ \theta_g \end{Bmatrix} e^{-j\varphi} = \\ & \left\{ \begin{bmatrix} 1 - \frac{\Omega_g^2}{\omega^2} & j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] \\ -j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] & \left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L} \right) - \frac{\left[I_p \frac{\Omega}{\Omega_g} + I \right] \Omega_g^2}{ML^2 \omega^2} \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} \frac{2\Omega_g}{\omega} D & j \frac{2a}{L} \frac{\Omega_g}{\omega} D \\ -j \frac{2a}{L} \frac{\Omega_g}{\omega} D & 2 \left(\frac{a}{L} \right)^2 \frac{\Omega_g}{\omega} D \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \\ & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{a}{L} & - \left(1 - \frac{a}{L} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{1g} \\ f_{2g} \end{Bmatrix} \quad (51) \end{aligned}$$

式中

$$\bar{r}_g = \frac{r_g}{L} \quad f_{1g} = \frac{F_{-1g1}}{(S_{b1} + S_{b2})L} e^{j\beta_{g1}} \quad f_{2g} = \frac{F_{-1g2}}{(S_{b1} + S_{b2})L} e^{j\beta_{g2}}$$

系数矩阵的行列式为

$$\begin{aligned} \Delta = & \begin{vmatrix} 1 - \frac{\Omega_g^2}{\omega^2} - j \frac{2\Omega_g}{\omega} D & j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] + \frac{2a}{L} \frac{\Omega_g}{\omega} D \\ -j \left[\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right] - \frac{2a}{L} \frac{\Omega_g}{\omega} D & \left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L} \right) - \frac{\left[I_p \frac{\Omega}{\Omega_g} + I \right] \Omega_g^2}{ML^2 \omega^2} - 2j \left(\frac{a}{L} \right)^2 \frac{\Omega_g}{\omega} D \end{vmatrix} = \\ & \left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \left(1 - \frac{2a}{L} \right) - \frac{\left[I_p \frac{\Omega}{\Omega_g} + I \right] \Omega_g^2}{ML^2 \omega^2} \right] \left[1 - \frac{\Omega_g^2}{\omega^2} - \left(\frac{a}{L} - \frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} \right)^2 + \right. \\ & \left. 2jD \frac{\Omega_g}{\omega} \left\{ \frac{-1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} + \left(\frac{\Omega_g}{\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{I_p \frac{\Omega}{\Omega_g} + I}{ML^2} \right] \right\} \right] \quad (52) \end{aligned}$$

阻尼比 $D=0$ 时,转子反进动相对临界转速为

$$\lambda_{-1} =$$

$$\pm \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \frac{\left(\frac{a}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) + \left(1 - \frac{2a}{L} \right)}{\left(1 + \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\Omega_g} \right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) \frac{I}{ML^2}} + 1 \right\} \pm \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) + \left(1 - \frac{2a}{L} \right)}{\left(1 + \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\Omega_g} \right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) \frac{I}{ML^2}} + 1 \right]^2 - \frac{4S_{b1}}{S_{b2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{I_p}{I} \frac{\Omega}{\Omega_g} \right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right)^2 \frac{I}{ML^2}}}} \quad (53)$$

协调反进动时, $\Omega = \Omega_g$,反进动相对临界转速为

$$\lambda_{-1} =$$

$$\pm \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \frac{\left(\frac{a}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) + \left(1 - \frac{2a}{L} \right)}{\left(1 + \frac{I_p}{I} \right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) \frac{I}{ML^2}} + 1 \right\} \pm \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{a}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) + \left(1 - \frac{2a}{L} \right)}{\left(1 + \frac{I_p}{I} \right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right) \frac{I}{ML^2}} + 1 \right]^2 - \frac{4S_{b1}}{S_{b2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{I_p}{I} \right) \left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right)^2 \frac{I}{ML^2}}}} \quad (54)$$

图10表示转子反进动自振频率随转速的变化。由图可见,不论 I_p/I 为何值,总存在两个协调反进动临界转速,且随转速 Ω 增加,1阶临界转速趋于零,2阶临界转速趋于 $\bar{\omega}$ 。

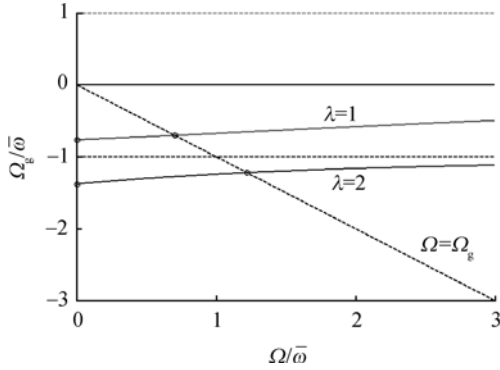


图10 转子的反进动自振频率随转速的变化

($a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1/2$;
 $S_{b1}/S_{b2}=1/3$)

Fig. 10 Backward natural vibration frequency of rotor varying with rotor speed

($a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$;
 $I_p/I=1/2$; $S_{b1}/S_{b2}=1/3$)

图11为转子受到反进动激振力时,转子响应幅值 $\bar{r}_g$ 随转速的变化关系。支承刚度比的影响与协调正进动时的规律一致。

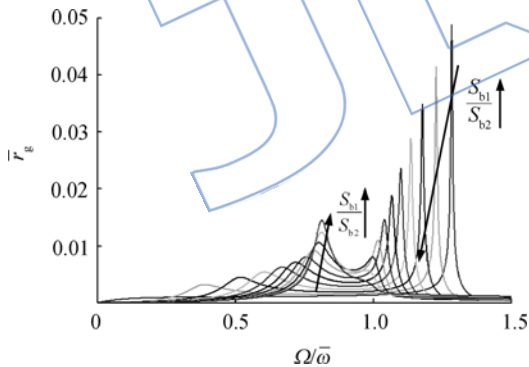


图11 转子的幅频特性

($a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1.3$;
 $D=4\%$; $S_{b1}/S_{b2} \in [0.1, 1]$)

Fig. 11 Amplitude-frequency characteristics of rotor

($a/L=1/2$; $I/ML^2=1/6$; $I_p/I=1.3$; $D=4\%$;
 $S_{b1}/S_{b2} \in [0.1, 1]$)

3.4 反进动参数临界转速

令行列式(52)的虚部为零,得到

$$\frac{1}{1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}}} = \left(\frac{\Omega_g}{\bar{\omega}} \right)^2 \left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{I \left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_g} \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} \right] \quad (55)$$

代入行列式(52)的实部,并令其为零,解得

$$\frac{I \left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_g} \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} = \frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right) \quad (56)$$

若转子的参数满足式(56)时,转子振动特征方程行列式(52)的实部和虚部同时为零,转子振动无穷大,阻尼器对转子的反进动临界响应无阻尼效果。

当转子参数满足式(56)时,对应的反进动自振频率可由式(55)解出,即

$$\frac{\Omega_{gp}}{\bar{\omega}} = \sqrt{\frac{L}{a} \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{b1}}{S_{b2}} \right)}} \quad (57)$$

式中 Ω_{gp} 为反进动参数临界转速。

如前面所述,实际的高压转子质心位置 a/L 会落在 $(0.3, 0.7)$ 区间之内,而 $\frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right)$ 必然落在 $(1/5, 1/2]$ 之内。低压转子对转时, $\Omega_g < \Omega$, 低压转子不平衡会对高压转子产生反进动激励。在这种情况下,式(56)在实际中是可能成立的。因此,在对转双转子发动机设计时,要检验高压转子参数,避免出现式(56)所示的条件。另外,由式(56)还可解得

$$\frac{\Omega}{\Omega_g} = \frac{1}{I_p} \left[\frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right) ML^2 - I \right] \quad (58)$$

当转子参数确定之后,对转双转子高、低压转速比不宜取式(58)所确定的值。否则,将会使条件式(56)成立,出现反进动参数临界转速,导致阻尼器无效。

另外,比较式(45)和式(56)可见,转子协调正进动时,可能不会出现协调正进动参数临界转速,但反进动时,则有可能出现反进动参数临界转速。其物理意义很明确,即对于同样的转子,高、低压转子同转时,阻尼器效果明显;而反转时,有可能出现反进动临界现象,阻尼器无效。因此,在发动机借鉴性设计时,须按式(56)检验转子的参数。与避开临界转速邻域的设计原则类似,转子的参数应避开式(56)所定值的一定范围,如图12所示,图中 $\bar{r}_{g,max}$ 为反进动转子振幅无量纲量,当 $k =$

$$\frac{I \left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_g} \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} \left/ \frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right) \right. < 0.6 \text{ 或 } \frac{I \left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_g} \frac{I_p}{I} \right)}{ML^2} \left/ \frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right) \right.$$

$\frac{a}{L} \left(1 - \frac{a}{L} \right) > 1.5$ 时,不会出现参数临界转速的影响。若转子参数落在不恰当的范围,如图12所示的临界参数范围为 $[0.6, 1.5]$,则转子的振动对不平衡的变化非常敏感,须修正转子的设计。

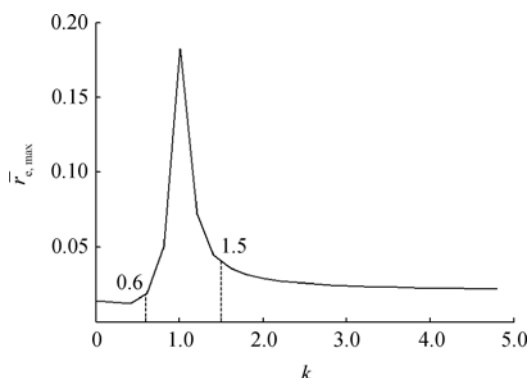


图12 临界参数的裕度 (\$a/L=1/2; I/ML^2=1/6\$;

$$D=4\%; \frac{S_{b1}}{S_{b2}}=1/2, \bar{a}=\frac{a}{L}\left(1-\frac{a}{L}\right), \bar{I}=\frac{I\left(1+\frac{\Omega_g}{\Omega_p}\frac{I_p}{I}\right)}{ML^2}=k\cdot\bar{a}; k\in[0.01, 5])$$

Fig. 12 Region of critical parameters (\$a/L=1/2\$;

$$I/ML^2=1/6; D=4\%; \frac{S_{b1}}{S_{b2}}=1/5,$$

$$\bar{a}=\frac{a}{L}\left(1-\frac{a}{L}\right), \bar{I}=\frac{I\left(1+\frac{\Omega_g}{\Omega_p}\frac{I_p}{I}\right)}{ML^2}=k\cdot\bar{a}; k\in[0.01, 5])$$

4 结 论

本文建立了发动机高压转子的动力学模型, 揭示了设计参数与转子振动特性间的关系, 提出了转子临界转速界值的估计方法, 建立了转子支承刚度设计的准则, 发现了转子参数临界转速现象, 给出了参数临界转速出现的条件. 本文得到如下的结论:

1) 高压转子单独支承时(无轴间轴承), 用支承在两个弹性支承上的刚性转子作为其结构动力学设计模型是合适的.

2) 可依据当量临界转速来估计转子的临界转速范围. 转子的1阶临界转速 \$\omega_1 < \bar{\omega}\$, 且随转速

增大趋近于 \$\bar{\omega}\$; 当 \$\frac{\left(1-\frac{I_p}{I}\right)I}{ML^2} \geq \frac{1}{12}\$ 时, 转子的2阶

临界转速 \$\omega_2\$ 满足 \$\bar{\omega} < \omega_2 \leq 2\sqrt{\frac{S_{b1}+S_{b2}}{M}}=2\bar{\omega}\$; 条

件 \$\left(1-\frac{I_p}{I}\right)I \geq \frac{ML^2}{12}\$ 不成立时, 在实际可选的设计

参数范围内, 估计的界值约为 \$2\bar{\omega} \leq \omega_2 \leq 3\bar{\omega}\$.

3) 若在工作转速范围内, 设置两阶临界转速, 1阶临界转速一般设计在慢车转速以下, 2阶临界转速设计在慢车转速与巡航转速之间. 这种情况下, 阻尼器是必要的, 一般设置在前支承处.

阻尼越大, 临界峰值越小. 但阻尼效果受到前后支承刚度 \$S_{b1}\$ 和 \$S_{b2}\$ 的影响. 取 \$S_{b1} < S_{b2}\$, 有利于降低1阶临界峰值; 而取 \$S_{b1} > S_{b2}\$, 有利于降低2阶临界峰值. 若以降低2阶临界峰值为设计目标, 则高压压气机剩余不平衡量应与高压涡轮剩余不平衡量同相位.

4) 转子存在协调正进动参数临界转速. 当

$$\frac{I\left(1-\frac{I_p}{I}\right)}{ML^2}=\frac{a}{L}\left(1-\frac{a}{L}\right) \text{ 时, 转子的协调正进动参}$$

数相对临界转速 \$\frac{\Omega_{p+}}{\omega}=\sqrt{\frac{L}{a}\frac{1}{1+\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}}\$. 在参数临界

转速处, 阻尼器将失去阻尼作用, 振动无穷大. 但在转子参数的实际取值范围内, 转子协调正进动参数临界转速不会出现.

5) 转子也存在反进动参数临界转速. 当

$$\frac{I\left(1+\frac{\Omega_g}{\Omega_p}\frac{I_p}{I}\right)}{ML^2}=\frac{a}{L}\left(1-\frac{a}{L}\right), \text{ 转子的反进动参数相}$$

对临界转速 \$\frac{\Omega_{gp-}}{\omega}=\sqrt{\frac{L}{a}\frac{1}{1+\frac{S_{b1}}{S_{b2}}}}\$. 在参数临界转速

处, 阻尼器将失去阻尼作用, 振动无穷大. 转子反进动参数临界转速在实际中是可能出现的. 因此, 在设计时, 要按照上述条件对转子参数进行检验, 避免出现反进动参数临界转速.

参考文献:

- [1] 陈光. 用于波音 787 客机的 GENx 发动机设计特点[J]. 航空发动机, 2010, 36(1): 1-5.
CHEN Guang. Design characteristics of GENx engine for B787[J]. Aeroengine, 2010, 36(1): 1-5. (in Chinese)
- [2] Shanmugam A, Padmanabhan C. A fixed-free interface component mode synthesis method for rotordynamic analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 297(3): 664-679.
- [3] Von Grool G, Ewins D J. On the dynamics of windmilling in aero-engines[C] // IMechE Conference Transactions. [S. l.]: Professional Engineering Publishing, 2000: 721-730.
- [4] 韩清凯, 于涛, 俞建成, 等. 单跨双圆盘不平衡转子-轴承系统的非线性动力学分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(4): 16-20.
HAN Qingkai, YU Tao, YU Jiancheng, et al. Nonlinear dynamic analysis of unbalanced single-span double-disc rotor-bearing system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(4): 16-20. (in Chinese)
- [5] 洪杰, 韩继斌, 朱梓根. 用整体传递系数法分析转子系统动力特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(1): 39-42.

- HONG Jie, HAN Jibin, ZHU Zigen. Dynamic characteristics analysis of rotor system whole transfer coefficient method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(1): 39-42. (in Chinese)
- [6] 陈萌, 洪杰, 朱彬, 等. 基于实体单元的转子动力特性计算方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(1): 10-13.
- CHEN Meng, HONG Jie, ZHU Bin, et al. Rotor dynamic analysis based on solid element[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(1): 10-13. (in Chinese)
- [7] 罗忠, 闫宇龙, 韩清凯, 等. 转子-轴承系统的动力学相似及其轴承参数的影响分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(增刊): 12-16.
- LUO Zhong, YAN Yulong, HAN Qingkai, et al. Analysis of dynamic similarity of the rotor-bearing system and its effects of bearing[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(suppl.): 12-16. (in Chinese)
- [8] 陈萌, 马艳红, 刘书国, 等. 航空发动机整机有限元模型转子动力学分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(9): 1013-1016.
- CHEN Meng, MA Yanhong, LIU Shuguo, et al. Rotordynamic analysis of whole aero-engine models based on finite element method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(9): 1013-1016. (in Chinese)
- [9] 李凌波, 高晓辉. 弹性支承高速转子的动力学分析[J]. 汽轮机技术, 2012, 54(6): 412-414.
- LI Lingbo, GAO Xiaohui. The dynamics analysis of elastic supporting high-speed rotor[J]. Turbine Technology, 2012, 54(6): 412-414. (in Chinese)
- [10] FENG Guoquan, ZHOU Baizhuo, LUO Guihuo. Vibration characteristic investigation of counter-rotating dual-rotor in aero-engine[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 29(1): 33-39.
- [11] Gasch R, Nordmann R, Pfuezner H. Rotordynamik[M]. Berlin: Springer, 2002.
- [12] Meirovitch L. Fundamentals of vibrations[M]. Boston: McGraw-Hill, 2001.
- [13] Thomson W T. Theory of vibration with applications[M]. London: Chapman and Hall, 1993.
- [14] 廖明夫, 王四季. 航空发动机柔性转子动平衡方法[J]. 噪声与振动控制, 2011, 31(6): 91-94.
- LIAO Mingfu, WANG Siji. Study of balancing method of aero-engine flexible rotors[J]. Noise and Vibration Control, 2011, 31(6): 91-94. (in Chinese)
- [15] 廖明夫, 汪玉, 谭大力. 转子进动分析的4个定理[J]. 航空动力学报, 2008, 23(2): 281-285.
- LIAO Mingfu, WANG Yu, TAN Dali. 4 theorems on whirl transform of rotor vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(2): 281-285. (in Chinese)